Partie C : PROBLEMES /13

Nom et prénom : *lycée et classe* :

Pb 1 : oscillateur dans un satellite (4 pts)

Sur Terre un point matériel fixé à un ressort oscille sur une tringle horizontale avec une pulsation ω_0. Dans un satellite ayant un mouvement circulaire uniforme de vitesse angulaire ω autour de la Terre, le même point matériel est attaché au même ressort et enfilé sur une tringle dirigée vers le centre de la Terre.

Exprimer la pulsation des oscillations de ce ressort, en fonction de ω_0 et ω.

RFD appliqué au ressort dans le référentiel tournant avec le satellite, à l'altitude h, projetée suivant l'axe radial

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - \frac{GmM_T}{(R_T+h+x)^2} + m\omega^2(R_T+h+x) \approx -kx - \frac{GmM_T}{(R_T+h)^2} + 2\frac{GmM_T}{(R_T+h)^3}x + m\omega^2(R_T+h+x)$$

RFD 0,5 pt + 1 pt pour DL

RFD appliqué au satellite, de masse m_S dans le référentiel géocentrique, projetée sur l'axe radial :

$$-m_S(R_T+h)\omega^2 = -\frac{Gm_SM_T}{(R_T+h)^2}$$ 1 pt

Donc

$$m\frac{d^2x}{dt^2} \approx -kx + 3m\omega^2 x$$ 0,5 pt

Soit une pulsation $\sqrt{\omega_0^2 - 3\omega^2} \approx \omega_0 - \frac{3\omega^2}{2\omega_0}$ pour l'oscillateur dans le satellite 1 pt

Pb 2 : capsule spatiale (6 pts)

On se propose de déterminer les caractéristiques d'un engin spatial sphérique creux, qui soit capable de sortir du système solaire, en utilisant simplement comme propulsion la pression due aux radiations solaires (assimilables à un ensemble de photons).

On supposera que le lancement de cet engin se fait avec un moyen conventionnel, de telle sorte que l'on puisse négliger l'attraction terrestre. L'intensité du rayonnement solaire, sur la terre, est S = 1370 $W.m^{-2}$. Le produit de la constante de gravitation G, et de la masse du Soleil M est GM = 1.33 10^{20} USI. La distance Terre-Soleil est L = 1.5 10^{11} m.

On rappelle l'expression de la surface d'une sphère de rayon R : $4\pi R^2$

1. Exprimer la puissance totale reçue par l'engin, de rayon r, de la part du Soleil, lorsqu'il se trouve à une distance R de celui-ci.
2. En déduire une estimation de la force exercée sur l'engin, force due aux chocs entre les photons solaires et l'engin spatial. On fera toutes les hypothèses simplificatrices nécessaires pour modéliser ces chocs.
3. Montrer que l'engin ne peut s'échapper du système solaire, que si sa masse surfacique est inférieure à une valeur limite, que l'on estimera. La masse volumique de l'aluminium étant de l'ordre de 2700 $kg.m^{-3}$, estimer l'épaisseur maximale de la tôle que l'on utiliserait pour fabriquer cet engin.

1. Puissance émise par le Soleil= $4\pi L^2 S$ 0,5 pt puissance reçue par l'engin = $\pi r^2 S\ (L/R)^2$ 1 pt

2. quantité de mouvement reçue par l'engin pendant un intervalle de temps Δt :

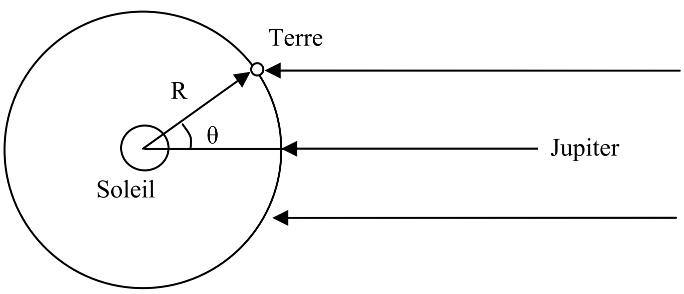
$\Delta p = F\Delta t =$ qté de mvt incidente des photons = $\Delta E/c$ où ΔE est l'énergie reçue = $P\ \Delta t$. On a supposé pour cela que tous les chocs photon-engin sont élastiques.
D'où $F= P/c = \pi r^2 S\ (L/R)^2 /c$ 2.5 pts

3. L'engin ne peut s'échapper que si F est supérieure à la force d'attraction solaire ; soit $F>GMm/R^2$ 0,5 pt

La masse surfacique $\sigma = 4\ \pi r^2 m$ est donc telle que $\sigma<SL^2/4cGM = 1.9\ 10^{-4}$ kg.m^{-3} 1 pt. Soit une épaisseur $e = \sigma/\rho = 0.07$ µm, soit de l'ordre de 100 nm… 0,5 pt

<u>Pb 3</u> : vitesse de la lumière (3 pts)

Römer était un astronome danois travaillant à l'Observatoire de Paris, où il montra que la vitesse de la lumière dans le vide était finie et en donna une première estimation en 1676, grâce à l'observation des éclipses successives des satellites de Jupiter.
Le satellite Io, par exemple, tourne autour de Jupiter en un temps de révolution $T_0 = 42{,}5$h.
Or Römer observa que l'écart temporel T, mesuré depuis la Terre, entre 2 éclipses de Io par Jupiter ne reste pas constant durant l'année : à partir d'une date bien choisie, cet écart, initialement nul, commence par croître puis redécroît, le tout sur une demi-année (la période de révolution de la Terre autour du Soleil est en moyenne T_T=365,24 jours). Ainsi, de la mesure du cumul des retards $\Delta T=T-T_0$ sur cette demi-année (de valeur $\sum\Delta T$ = 16 min 38,5 s) et de la connaissance du rayon R de l'orbite terrestre autour du Soleil, considérée comme circulaire, Römer a pu évaluer la vitesse c de la lumière dans le vide. La précision qu'il obtenait alors peut être grandement améliorée par la connaissance actuelle de $R = 1{,}49675.10^8$ km.



La période de révolution de Jupiter autour du Soleil est suffisamment grande pour que Jupiter soit considérée comme fixe par rapport au Soleil pendant T_T, et pour qu'on considère que les rayons arrivant de Jupiter soient tous parallèles.

Evaluer le cumul des retards $\sum \Delta T$ sur une demi année et en déduire une estimation de la vitesse de la lumière dans le vide.

En négligeant des termes d'ordre supérieur en v/c où $v = 2\pi R / T_T$ désigne la vitesse de la Terre sur son orbite, la distance parcourue par la Terre entre deux éclipses successives de Io, à partir de la position repérée par θ, est : $d = vT_0 \sin\theta$, soit $\Delta T = \frac{v}{c} T_0 \sin\theta$

$\sum \Delta T = \sum \frac{v}{c} T_0 \sin\theta \, \Delta\theta \frac{R}{vT_0}$ avec $\Delta\theta = \frac{2\pi T_0}{T_T} = \frac{vT_0}{R}$ entre 2 éclipses successives.

Donc $\sum \Delta T = \int_0^\pi \frac{R}{c} \sin\theta \, d\theta = \frac{2R}{c}$ d'où $c = \frac{2R}{\sum \Delta T}$ =299799 km.s^{-1}=2,9980.10^{8}m.s^{-1}

On peut aussi plus rapidement considérer que $\sum d = 2R$ parcourue en plus par la lumière, et donc

$$c = \frac{2R}{\sum \Delta T}$$