



Sciences à l'École



Epreuve écrite de sélection pour les élèves de CPGE IPHO 2015

Durée de l'épreuve : 4 heures

Les calculatrices sont autorisées.

L'épreuve comporte un QCM, deux exercices et deux problèmes. Il est conseillé aux candidats d'accorder à chacune de ces parties un temps équivalent : une heure pour le QCM, une heure pour les exercices et une heure pour chacun des problèmes.

La présence de schémas est encouragée.

IMPORTANT : Chaque feuille devra comporter le nom, le prénom et le lycée du candidat. Tout oubli pourra entraîner l'absence de correction de la feuille concernée.

Données générales à l'ensemble de l'épreuve

Nom	Symbole	Valeur
Célérité de la lumière dans le vide	c (ou c_0)	$299\,792\,458\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
Constante de Planck	h	$6,626 \times 10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s}$
Charge élémentaire	e	$1,602 \times 10^{-19}\text{ A}\cdot\text{s}$
Perméabilité magnétique du vide	μ_0	$4 \times \pi \times 10^{-7}\text{ H}\cdot\text{m}^{-1}$
Permittivité diélectrique du vide	ϵ_0	$8,854 \times 10^{-12}\text{ F}\cdot\text{m}^{-1}$
Constante gravitationnelle	G	$6,675 \times 10^{-11}\text{ m}^3\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$
Accélération normale de la pesanteur à la surface de la Terre	g_0	$9,81\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$
Température du point triple de l'eau	T_0	$273,16\text{ K}$
Pression standard de l'atmosphère	1 atm	$101\,325\text{ Pa}$
Constante d'Avogadro	N_A	$6,022 \times 10^{23}\text{ mol}^{-1}$
Masse du proton	m_p	$1,673 \times 10^{-27}\text{ kg}$
Masse de l'électron	m_e	$9,109 \times 10^{-31}\text{ kg}$
Constante de Boltzmann	k ou k_B	$1,381 \times 10^{-23}\text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$
Constante des gaz parfaits	R ou R_0	$8,314\text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$
Distance Terre-Soleil	d_{TS}	$1,499 \times 10^8\text{ km}$
Masse du Soleil	M_S	$1,989 \times 10^{30}\text{ kg}$
Rayon de la Terre	R_T	$6\,400\text{ km}$
Masse de la Terre	M_T	$5,974 \times 10^{24}\text{ kg}$
Masse volumique de l'air	ρ_a	$1,225\text{ kg m}^{-3}$ aux conditions usuelles de température et de pression
Masse molaire de l'air	M	$28,96\text{ g mol}^{-1}$
Masse volumique de l'eau	ρ_e	$998,2\text{ kg m}^{-3}$ aux conditions usuelles de température et de pression



Sciences à l'École



**QCM (CPGE)
IPHO 2015**

Nom :
Établissement :

Prénom :
Téléphone :

ÉPREUVE ÉCRITE DE SÉLECTION – IPhO 2015 – QUESTIONNAIRE À CHOIX
MULTIPLES (CPGE)

Pour chaque question, les candidats entoureront la réponse de leur choix. Il n'y a qu'une réponse correcte par question.

Q1. Le carbone 14 est formé par les rayons cosmiques qui viennent bombarder le CO_2 de l'atmosphère. L'isotope $^{14}_6C$ a un temps de demi-vie de 5730 années. Durant toute la durée de sa vie, une plante l'absorbe. Une fois qu'elle meurt, la quantité de ^{14}C décroît. Quel est environ l'âge d'un morceau de bois contenant une quantité de ^{14}C égale à seulement 9% de celle d'une plante vivante ?

(a) 20 ans

(c) 20 000 ans

(b) 500 ans

(d) 50 000 ans

Q2. Le Soleil irradie dans toutes les directions. Au niveau de la Terre, le Soleil irradie avec une puissance surfacique de $1,4 \text{ kW/m}^2$. La distance Terre-Soleil est de $1,5 \times 10^{11} \text{ m}$. Quel est l'ordre de grandeur de la masse ainsi perdue par le Soleil en une journée ?

(a) 10^{14} kg

(c) 10^4 kg

(b) 10^9 kg

(d) 10^{22} kg

Q3. Quelle est la plus petite épaisseur d'un film de savon qui apparaît noir quand il est éclairé en réflexion, perpendiculairement à sa surface avec une lampe à vapeur de sodium ($\lambda = 589,3 \text{ nm}$) ? L'indice de réfraction du savon est de $n = 1,38$.

(a) 420 nm

(c) 640 nm

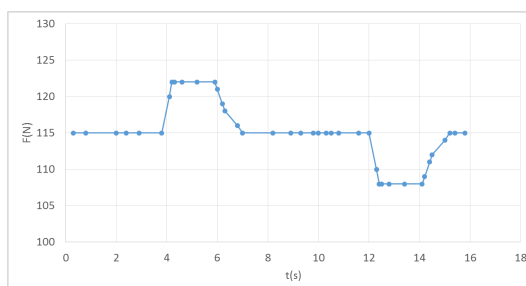
(b) 210 nm

(d) 105 nm

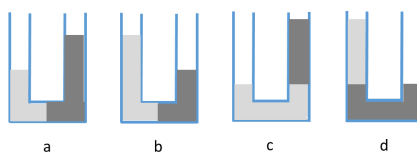
Nom :
Établissement :

Prénom :
Téléphone :

- Q4.** On place le capteur de force du plateau d'une console de jeu dans un ascenseur. Le plateau est posé sur le sol et l'on dépose un objet de masse m sur le plateau. Initialement, l'ascenseur est à l'arrêt. A $t = 0$ s, on appuie sur le bouton d'appel dans la cabine de l'ascenseur. On enregistre la force mesurée en fonction du temps. La figure suivante représente les résultats en fonction du temps. Quelle est la valeur de l'accélération verticale ascendante de l'ascenseur dans la phase uniformément accélérée ?



- (a) $0,3 \text{ m.s}^{-2}$ (c) 10 m.s^{-2}
(b) 9 m.s^{-2} (d) $0,6 \text{ m.s}^{-2}$
- Q5.** On verse dans chaque branche d'un tube en U une masse égale d'eau et d'huile. La masse volumique de l'huile vaut $2/3$ de celle de l'eau. L'eau et l'huile ne se mélangent pas. L'eau reste à gauche (gris clair) et l'huile reste à droite (gris foncé).



Quelle est la situation correspondante ?

- (a) figure a (c) figure c
(b) figure b (d) figure d
- Q6.** Deux jumeaux ont 30 ans quand l'un décide de partir dans un vaisseau spatial à vitesse constante. Chacun dispose d'une horloge pour mesurer le temps. Quand il revient sur Terre, il dit qu'il a 35 ans, tandis que son jumeau dit qu'il a 45 ans. Quelle est la vitesse du vaisseau spatial (on la supposera constante en module tout au long du voyage) ?

- (a) $1,0 \times 10^8 \text{ m/s}$ (c) $2,1 \times 10^8 \text{ m/s}$
(b) $9,0 \times 10^8 \text{ m/s}$ (d) $2,8 \times 10^8 \text{ m/s}$

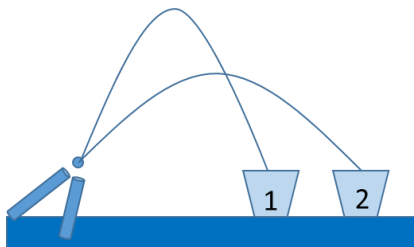
- Q7.** Un bloc d'aluminium solide, de masse volumique $\rho = 2700 \text{ kg.m}^{-3}$ a un poids apparent dans l'air de 0,91 N et de 0,61 N dans une huile donnée. Quelle est la masse volumique de l'huile utilisée ?

- (a) 500 kg.m^{-3} (c) 1800 kg.m^{-3}
(b) 900 kg.m^{-3} (d) 4050 kg.m^{-3}

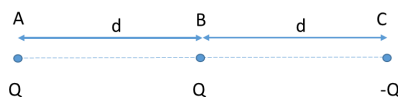
Nom :
Établissement :

Prénom :
Téléphone :

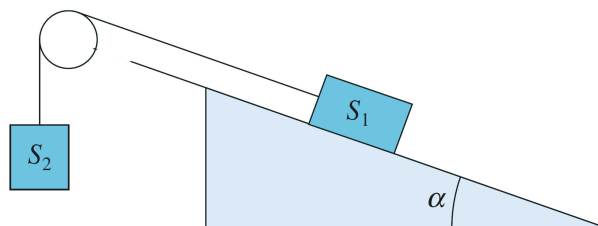
- Q8.** On envoie en même temps deux billes à l'aide de deux sarbacanes avec une vitesse initiale identique (norme du vecteur vitesse identique). On néglige la résistance de l'air. Quelle affirmation est la bonne ?



- (a) la bille atteint le seau 1 avant le seau 2 (c) la bille atteint le seau 2 avant le seau 1
(b) la bille atteint le seau 1 en même temps que le seau 2 (d) la hauteur atteinte dépend uniquement de la norme de la vitesse initiale
- Q9.** On place en A , B , C trois charges électriques, respectivement de Q , Q et $-Q$. On note F_A , F_B , F_C la force totale ressentie par chacune des charges. Quelle affirmation est exacte ?



- (a) $|F_A| = |F_B| = |F_C|$ (c) $|F_B| > |F_A| > |F_C|$
(b) $|F_C| > |F_A| > |F_B|$ (d) $|F_B| > |F_C| > |F_A|$
- Q10.** On considère deux solides S_1 de masse $m_1 = 500$ g et S_2 de masse $m_2 = 200$ g. S_1 se déplace sans frottement sur un plan incliné d'angle $\alpha = 20^\circ$ tandis que S_2 se déplace verticalement. La poulie est idéale, les fils inextensibles et sans masse.



Quelle est la valeur de la tension du fil ?

- (a) 1,9 N (c) 0,92 N
(b) 2,7 N (d) 4,4 N
- Q11.** Un chef d'orchestre est situé entre deux instruments qui doivent produire un La_3 ($f = 440\text{Hz}$). Le premier musicien joue un la de fréquence $f_1 = 439$ Hz et le deuxième $f_2 = 443$ Hz. Quelle est la fréquence des battements que le chef d'orchestre entend ?

- (a) 441 Hz (c) 1,5 Hz
(b) 2 Hz (d) 4 Hz

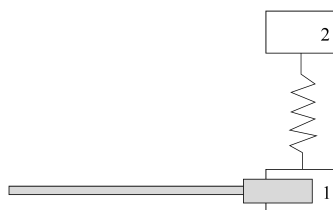
Nom :
Établissement :

Prénom :
Téléphone :

Q12. A quoi est homogène $\frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2}$, où h est la constante de Planck ?

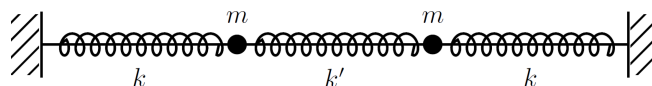
- (a) une énergie
- (b) une quantité de mouvement
- (c) une longueur
- (d) un temps

Q13. On considère deux corps de même masse, reliés par un ressort idéal de raideur k . Le corps 1 est initialement tenu immobile par une pince et le corps 2 en équilibre à la verticale du corps 1. On écarte brusquement les bras de la pince. Quelles sont les normes des accélérations respectives a_1 et a_2 des deux corps juste après avoir écarté les deux bras de la pince ?



- (a) $a_1 = a_2 = g$ (b) $a_1 = g, a_2 = 0$ (c) $a_1 = 2g, a_2 = 0$ (d) $a_1 = 2g, a_2 = g$

Q14. On considère deux points matériels de masse m oscillant sans frottement sur un axe horizontal, les points étant reliés respectivement à des parois fixes par des ressorts idéaux de raideur k et entre eux par un ressort de raideur $k' \ll k$.



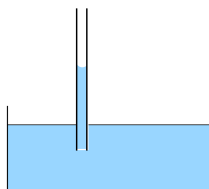
Lorsqu'on observe des battements, que peut-on dire de leur fréquence ?

- (a) $f \simeq \frac{1}{2\pi} \frac{k'}{k} \sqrt{\frac{k}{m}}$ (b) $f \simeq \frac{1}{4\pi} \frac{k'}{k} \sqrt{\frac{k}{m}}$ (c) $f \simeq \frac{1}{2\pi} \frac{k}{k'} \sqrt{\frac{k}{m}}$ (d) $f \simeq \frac{1}{4\pi} \frac{k}{k'} \sqrt{\frac{k}{m}}$

Nom :
Établissement :

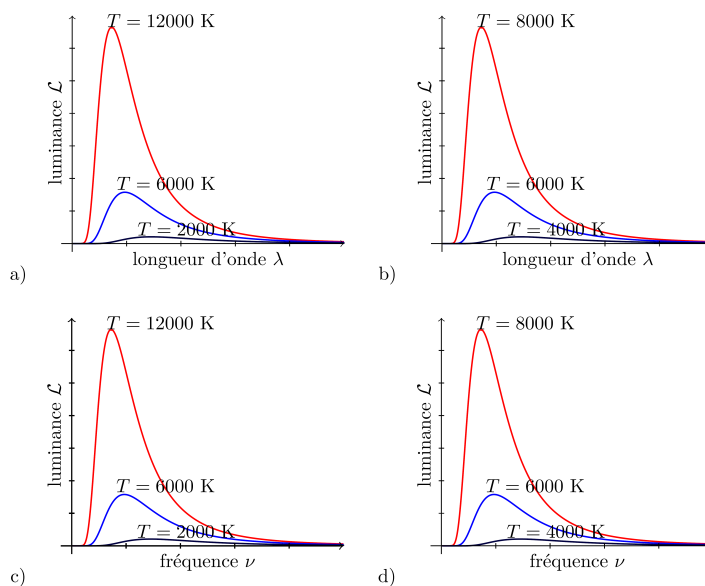
Prénom :
Téléphone :

- Q15.** On note h la hauteur à laquelle remonte un liquide dans un tube capillaire de rayon r petit devant la longueur capillaire du liquide. En ajoutant une petite quantité de tensioactif, on abaisse la tension de surface du liquide d'un facteur 2 sans modifier sensiblement sa masse volumique. Quel serait alors le rayon du tube qui permettrait la même hauteur de remontée, en supposant que l'on est dans une situation de mouillage total (soit un angle de contact nul) ?



- (a) $r/2$ (b) r (c) $\sqrt{2}r$ (d) $2r$

- Q16.** Parmi les graphes suivants représentant la luminance spectrale d'un corps noir à une température T , donnée par la loi de Planck, lequel est correct ?

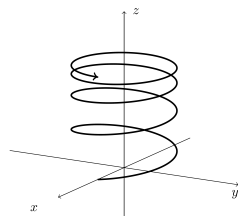


- (a) figure a (c) figure c
(b) figure b (d) figure d

Nom :
Établissement :

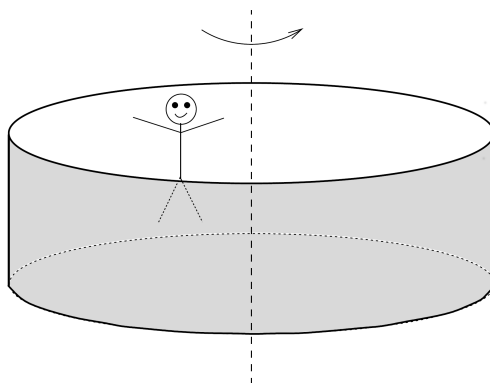
Prénom :
Téléphone :

- Q17.** On représente la trajectoire d'une particule non relativiste chargée positivement dans un champ électrostatique uniforme $\vec{E} = E_0\vec{u}_z$ et dans un champ magnétostatique uniforme $\vec{B} = B_0\vec{u}_z$, alignés avec un axe (O, \vec{u}_z) . De quels signes sont les coordonnées E_0 et B_0 ?



- (a) $E_0 > 0, B_0 > 0$ (b) $E_0 > 0, B_0 < 0$ (c) $E_0 < 0, B_0 > 0$ (d) $E_0 < 0, B_0 < 0$

- Q18.** Le Rotor est un manège de parc d'attractions constitué d'un cylindre tournant autour d'un axe vertical. Les passagers prennent place dans le manège le long de la paroi interne du cylindre. Une fois mis en route, ils sont plaqués contre les parois et le plancher du manège peut être escamoté. On considère que le coefficient de frottement statique entre les vêtements des passagers et la paroi interne du cylindre est de 0,5. Quelle condition doit vérifier le rayon R du cylindre pour pouvoir escamoter le plancher sans risque pour les passagers si la vitesse angulaire est de 30 tours/min ?



- (a) $R > 1\text{m}$ (c) $R > 2\text{m}$
(b) $R < 2\text{m}$ (d) il manque la donnée de la masse maximale admissible pour les passagers.

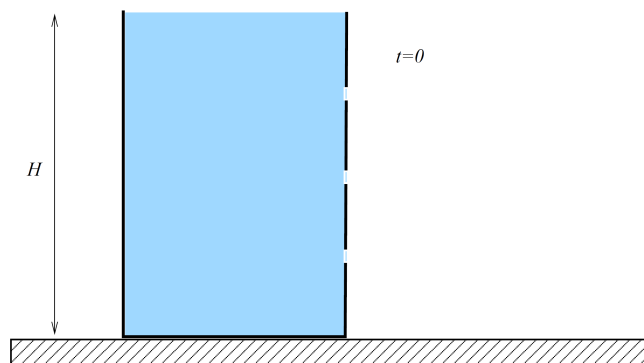
- Q19.** On considère deux sources d'ultrasons, de même longueur d'onde λ , considérées comme ponctuelles et situées au niveau des points S_1 et S_2 . On place un détecteur d'ultrasons au niveau du milieu de S_1S_2 où l'on mesure un maximum d'amplitude du signal enregistré. Quelle est la distance minimale dont il faut déplacer le détecteur, le long de la droite (S_1S_2) pour détecter un autre maximum d'amplitude ?

- (a) $\lambda/4$ (b) $\lambda/2$ (c) λ (d) 2λ

Nom :
Établissement :

Prénom :
Téléphone :

- Q20.** On considère un vase cylindrique, de hauteur H , rempli à ras-bord d'un liquide. La partie supérieure du vase est ouverte à l'air libre, l'épaisseur du fond est négligeable et il est posé sur une table de sorte que son axe de révolution soit vertical. Trois petits orifices ont été effectués dans le vase, l'un à la distance $h_1 = H/4$ du fond du vase, le deuxième à la distance $h_2 = H/2$, le troisième à la distance $h_3 = 3H/4$ et on les ouvre simultanément à $t = 0$. On néglige tout effet de frottement ou de viscosité.



Que peut-on dire des portées d_1 , d_2 et d_3 des jets au niveau de la table, observés peu de temps après l'ouverture des orifices ?

- (a) $d_1 > d_2 > d_3$ (b) $d_2 > d_1 > d_3$ (c) $d_2 > d_1 = d_3$ (d) $d_3 > d_2 > d_1$



Exercice 1 (CPGE) IPHO 2015

Exercice n°1 : lentille liquide

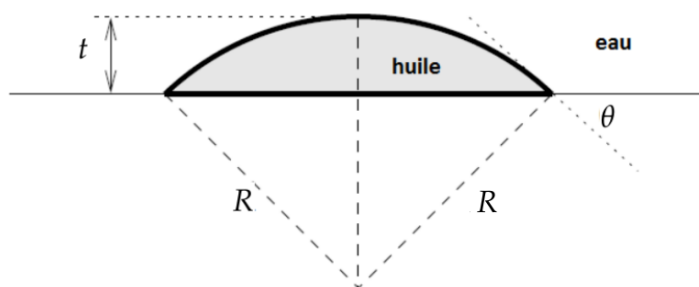
Les smartphones et appareils photos actuels sont équipés d'un module "autofocus" permettant d'adapter la distance focale de la lentille de l'objectif pour réaliser la mise au point sur les photographies.

Certains de ces appareils sont équipés de lentilles liquides : une goutte d'huile est placée dans une cellule de verre hermétique remplie d'eau ou d'un liquide similaire ne se mélangeant pas avec l'huile. Les deux liquides sont scellés et tiennent dans un revêtement métallique d'un diamètre inférieur à 10 mm.

En appliquant une tension à la goutte, la forme de celle-ci change en l'espace d'un centième de seconde. Cette technologie a de nombreux avantages par rapport aux autres dispositifs mécaniques actuellement utilisés :

- la puissance nécessaire à l'adaptation de la forme de la goutte d'huile est extrêmement faible (quelques milliwatts suffisent), ce qui est important dans des dispositifs limités par la durée de vie des batteries ;
- seuls des liquides sont mis en jeu dans ce dispositif, il est donc particulièrement résistant aux chocs et bien plus rapide que les systèmes mécaniques ;
- enfin, la petite taille du dispositif est un réel atout dans les appareils mobiles.

On se propose d'étudier le principe de fonctionnement de ces lentilles liquides. On s'intéresse uniquement au comportement de la goutte d'huile représentée ci-dessous par une calotte sphérique de rayon R déposée sur un substrat horizontal. Cette calotte a une épaisseur t . L'angle de contact entre le substrat et la goutte est noté θ .



Question n°1

Citer un autre exemple de lentille à focale variable.

Question n°2

En modifiant la tension appliquée sur le substrat, l'angle de contact θ peut être modifié, ce qui permet de modifier la distance focale de la lentille. Pour la lentille formée par l'huile plongée

dans l'eau, la distance focale est donnée par la formule suivante :

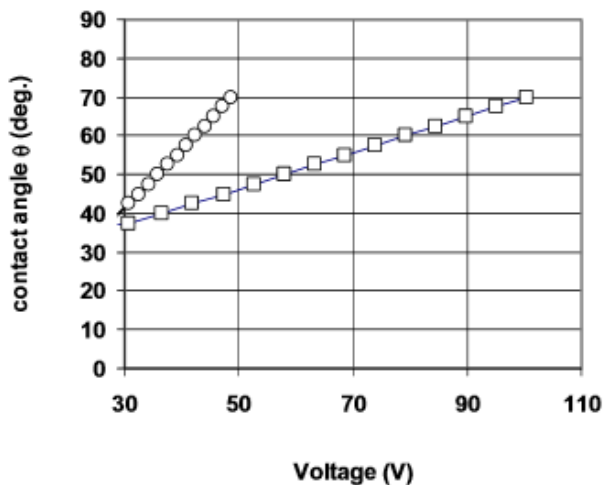
$$\frac{1}{f} = \frac{n_{\text{huile}} - n_{\text{eau}}}{R}$$

avec n_{huile} et n_{eau} les indices de réfraction de l'huile et de l'eau.

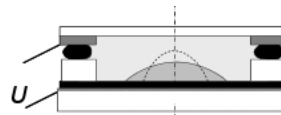
En raisonnant de manière qualitative, comment la distance focale de la lentille varie-t-elle avec l'angle de contact ?

Question n°3

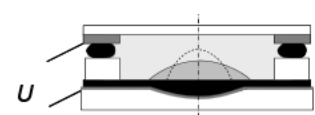
La courbe suivante représente l'angle de contact en fonction de la tension appliquée pour une goutte déposée sur un substrat avec une sous-couche plane (carrés) et pour une goutte déposée sur un substrat avec une sous-couche bombée (cercles). Commenter l'allure de ces courbes. Quel type de substrat conseilleriez-vous pour réaliser une lentille liquide destinée à un téléphone portable ? Justifier.



□ sous-couche plane
○ sous-couche bombée



Dispositif avec sous-couche plane



Dispositif avec sous-couche bombée

En traits pleins, la lentille est représentée lorsqu'aucune tension n'est appliquée aux électrodes. Pour une tension non nulle, on obtient une lentille ayant la forme représentée en traits pointillés.

Question n°4

Exprimer l'angle de contact θ en fonction de R et t .

Question n°5

En choisissant la géométrie adaptée à un téléphone portable, déterminer l'angle de contact lorsqu'aucune tension n'est appliquée.

Question n°6

On réalise la lentille en utilisant une goutte d'huile sphérique de rayon $r = 2,5$ mm. Celle-ci s'étale pour former une calotte sphérique d'épaisseur t . Exprimer le rayon R du dioptre ainsi formé en fonction de r . Quelle sera l'épaisseur t de la lentille en l'absence de tension ?

Question n°7

La forme d'une goutte déposée sur une surface dépend de l'angle de contact mais aussi de sa taille. On s'intéresse ici à l'influence de la taille de la goutte uniquement.

On peut définir la longueur capillaire l_c comme la longueur pour laquelle la pression hydrostatique est égale à la pression de Laplace. En raisonnant par analyse dimensionnelle, proposer une expression de la pression de Laplace qui ne dépend que du rayon R de la goutte et de la tension superficielle γ à la limite eau/huile.

Question n°8

Toujours par analyse dimensionnelle, donner alors une expression de la longueur capillaire l_c . Pourquoi l'huile ne s'étale-t-elle pas lorsqu'on prépare la lentille liquide ?

On donne quelques caractéristiques de l'huile :

masse volumique ρ	920 kg.m^{-3}
indice de réfraction n_{huile}	1,52
tension de surface à l'interface eau/huile γ	$20.10^{-3} \text{ N.m}^{-1}$



Exercice 2 (CPGE) IPHO 2015

Exercice n°2 : Détection d'exoplanètes par mesure de vitesse radiale

La détection de planètes gravitant autour d'autres étoiles que le Soleil, ou exoplanètes, est aujourd'hui routinière : on en découvre actuellement près d'une dizaine chaque mois. L'observation directe d'une exoplanète est généralement impossible du fait de sa très faible luminosité. On détecte donc généralement une exoplanète de façon indirecte. Une des principales méthodes de détection indirecte est la méthode dite des vitesses radiales.

On considère un système planétaire distant constitué d'une étoile E de masse M et d'une planète P de masse $m \ll M$ gravitant autour de E à une distance d . On note C le centre de masse du système, autour duquel E et P ont des trajectoires circulaires (voir figures 1 et 2) aux vitesses respectives \vec{V}_E et \vec{V}_P de normes V_E et V_P .

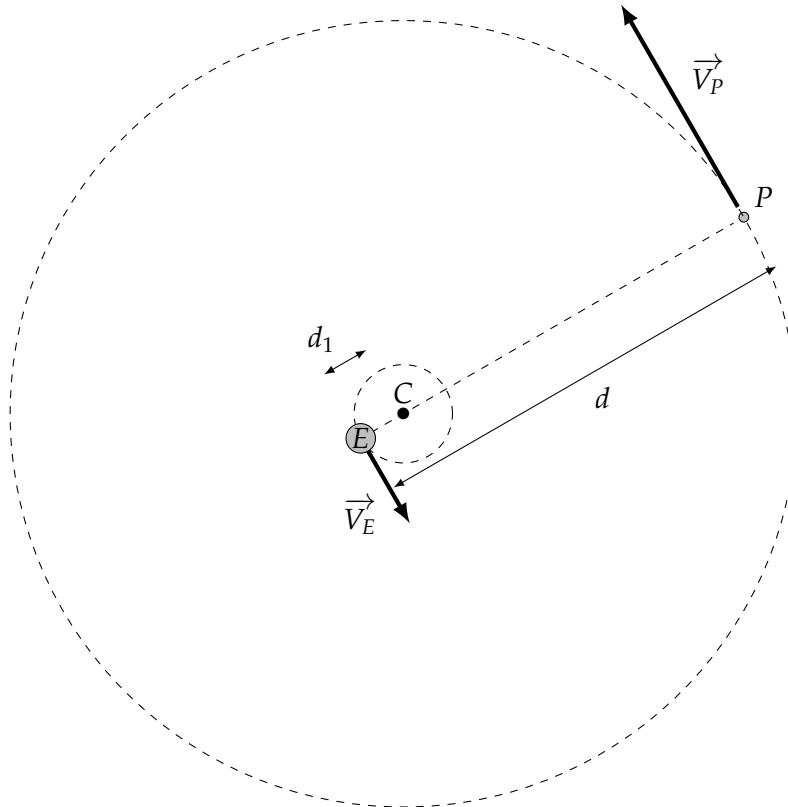


FIGURE 1 – Système planétaire vu depuis la normale en C au plan orbital.

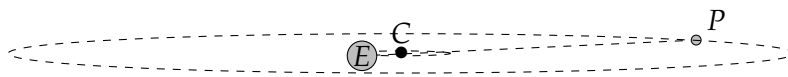


FIGURE 2 – Système planétaire vu par la tranche, quasiment dans le plan orbital.

Du point de vue d'un observateur terrestre O qui serait situé dans le plan orbital, l'étoile E est donc animée d'un double mouvement oscillant autour de C :

- un mouvement transverse ;
- un mouvement radial selon l'axe observateur-étoile, avec une vitesse radiale $RV(t)$ comptée positivement de O vers E .

Question n°1

Le spectre de l'atome d'hydrogène au repos comporte une raie caractéristique à la longueur d'onde $\lambda_0 = 656,3 \text{ nm}$ (raie « H α »). Des mesures fines de spectroscopie réalisées sur une étoile lointaine montrent que celle-ci présente, à un instant donné, une raie d'absorption à la longueur d'onde $\lambda_0 + \Delta\lambda$, où $\Delta\lambda = 0,1 \text{ pm}$ ($1 \text{ pm} = 10^{-12} \text{ m}$).

Donner, en le justifiant, le signe de la vitesse radiale de l'étoile à l'instant où est réalisée la mesure, ainsi qu'une valeur numérique de sa norme.

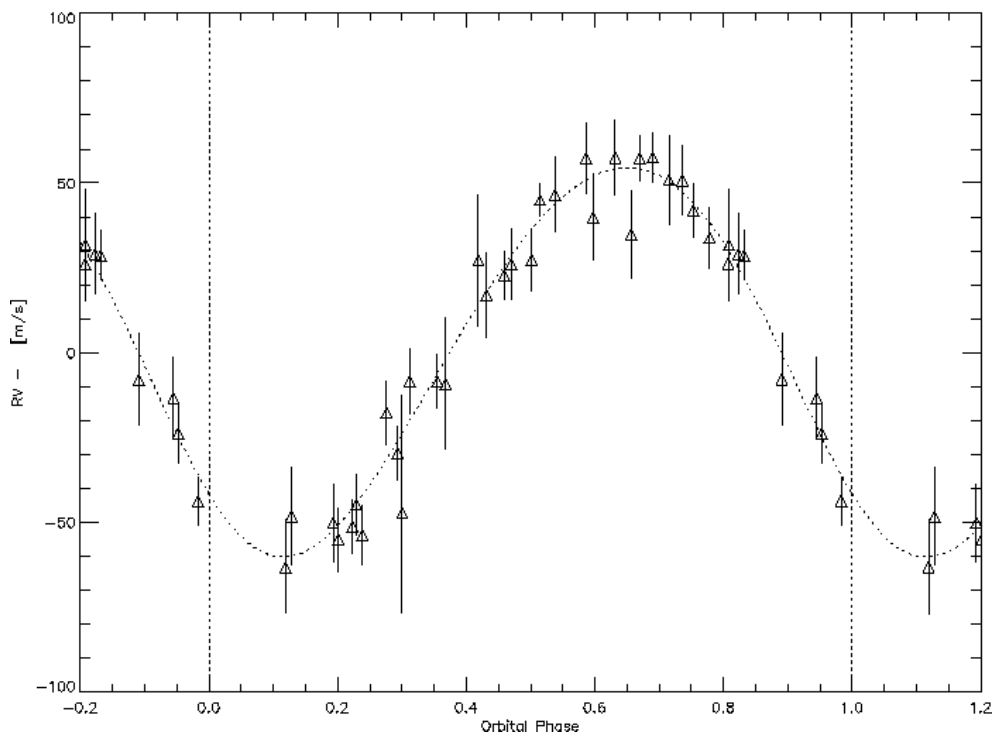


FIGURE 3 – Vitesse radiale $RV(t)$ de l'étoile 51 Pegasi en fonction de la « phase orbitale » (temps normalisé par la période, soit une unité \leftrightarrow 4,23 jours terrestres).

La figure 3 représente un exemple de mesure sur un temps long de la vitesse radiale d'une étoile (en l'occurrence l'étoile 51 Pegasi).

Question n°2

Le signal de vitesse radiale $RV(t)$ d'une étoile quelconque est souvent présenté à un facteur $\sin(i)$ près. Que peut représenter la grandeur i ? On pourra s'aider d'un schéma.

Dans la suite, on suppose que $i = \pi/2$.

Le type spectral de l'étoile permet de connaître *a priori* sa masse M , que l'on considère comme une donnée du problème. On souhaite déduire des mesures de vitesse radiale la masse m de l'exoplanète et la distance d .

Question n°3a

Exprimer la distance $d_1 = CE$ en fonction de d et des masses m et M .

Question n°3b

Montrer que l'on peut déduire d et m de la période T et de l'amplitude V_E du signal $RV(t)$. On donnera les expressions correspondantes en fonction de la masse M , dont on rappelle qu'elle est très supérieure à m .

Faire une application numérique pour $T = 4,23$ jours terrestres et $V_E = 55 \text{ m.s}^{-1}$.

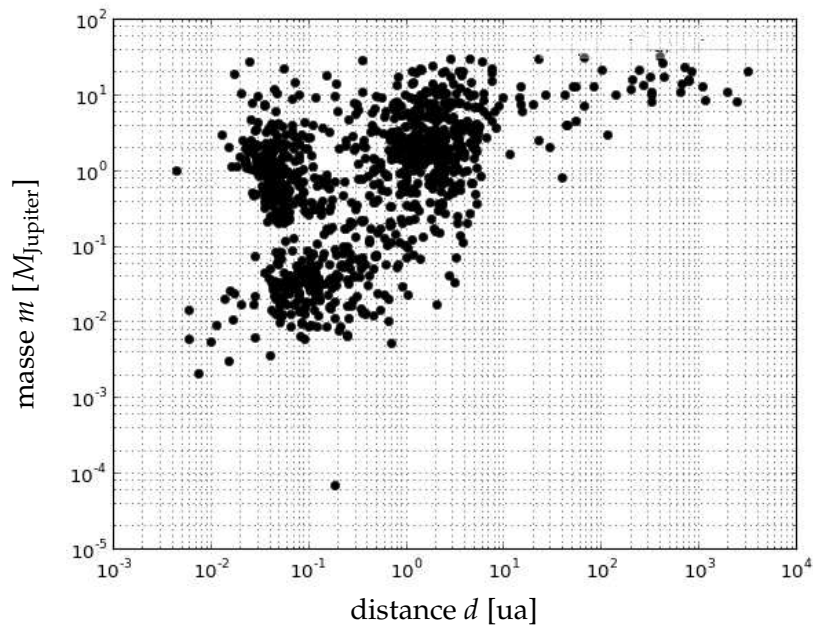


FIGURE 4 – Diagramme de répartition masse/rayon orbital des exoplanètes détectées à ce jour.

Question n°3c

Chaque point de la figure 4 représente une exoplanète détectée à ce jour, toutes méthodes confondues, la plupart ayant été détectées grâce à la méthode des vitesses radiales. L'abscisse correspond à la distance d (ou au demi-grand axe de l'orbite, si celle-ci est elliptique) en unités astronomiques ($1 \text{ ua} = \text{distance Terre-Soleil} \approx 150 \times 10^6 \text{ km}$), et l'ordonnée à la masse m (en masses joviennes M_{Jupiter}). Il apparaît que beaucoup d'exoplanètes détectées sont des « Jupiters chauds », de masses comparables à celle de Jupiter et orbitant très près de leur étoiles.

En raisonnant sur les contraintes expérimentales liées aux mesures de vitesse radiale, justifier cette dernière remarque.

Question n°4

La figure 5 représente une mesure de vitesse radiale de l'étoile HD 9446 (une graduation horizontale = 20 jours terrestres).

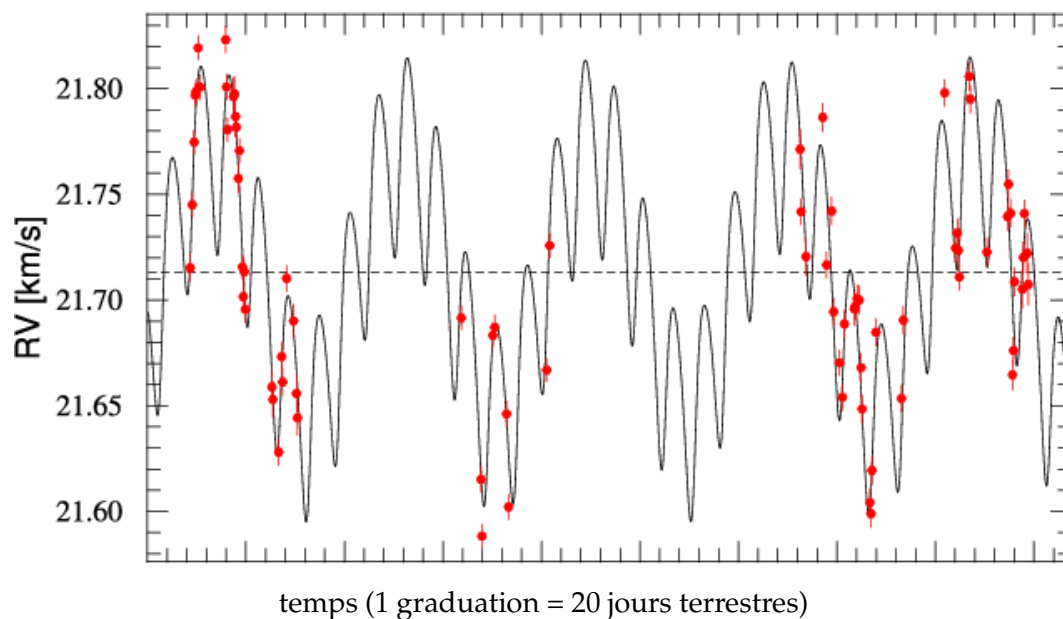


FIGURE 5 – Vitesse radiale de l'étoile HD 9446 (Hébrard G. et al. (2010), "The SOPHIE search for northern extra-solar planets", *Astronomy and Astrophysics*, 513).

Quelle conclusions qualitatives peut-on tirer au sujet de ce système planétaire ?

Question n°5

Un des défis de la recherche d'exoplanètes consiste à en détecter une qui serait située dans la zone habitable de son étoile. Selon des critères biologiques terrestres, on peut définir la zone habitable d'une étoile par l'intervalle $[d_{\min}, d_{\max}]$ des valeurs de d telles que la puissance lumineuse surfacique φ reçue par la planète de la part de son étoile est égale à la puissance surfacique φ_0 reçue par la Terre de la part du Soleil, plus ou moins 10%.

Exprimer d_{\min} et d_{\max} pour une étoile donnée, en fonction des puissances totales P_E et P_S rayonnées par l'étoile et par le Soleil, et en fonction de la distance Terre-Soleil d_0 ($= 1 \text{ ua} = 150 \times 10^6 \text{ km}$).

NOM :

PRENOM :

LYCEE :



Sciences à l'École



Problème 1 (CPGE) IPHO 2015

Problème 1 : Microscope à Force Atomique

Le Microscope à Force Atomique (AFM en anglais, pour Atomic Force Microscopy), permet d'obtenir la topographie d'une surface à l'échelle nanométrique.

Le principe consiste à approcher de la surface à étudier une fine pointe attachée à l'extrémité d'un levier flexible, dont l'autre extrémité est fixe. La déflexion du levier est liée aux interactions entre la surface et la pointe, ces interactions variant en fonction de leur distance z (figure 1).

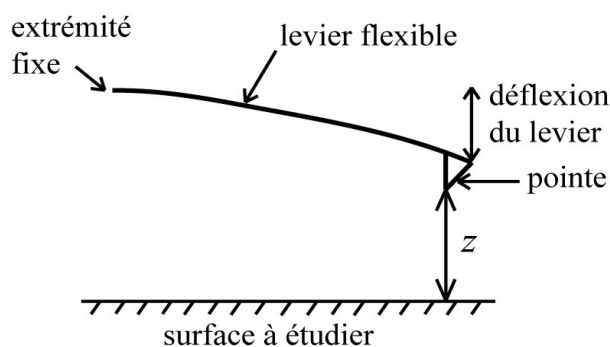


Figure 1 : déflexion du levier de l'AFM pour sonder une surface

L'AFM est le plus souvent utilisé en mode 'tapping' : le levier vibre à une fréquence donnée, proche de sa fréquence de résonance, et l'appareil mesure la variation de l'amplitude des oscillations lorsque la pointe interagit avec la surface.

Le levier flexible de l'AFM peut être modélisé par un ressort de constante de raideur k , dont nous chercherons à déterminer l'ordre de grandeur dans la première partie de ce problème. L'étude du fonctionnement de l'AFM en mode 'tapping' sera faite en seconde partie. Ces deux parties sont indépendantes.

1. Détermination de la raideur k d'un levier flexible

1.1 Module élastique E

La raideur k est proportionnelle au module élastique E du matériau constituant le levier flexible. Le module élastique traduit le fait que la matière résiste de manière élastique lorsqu'elle est faiblement comprimée ou étirée. Nous cherchons dans un premier temps à déterminer l'ordre de grandeur de E par des considérations quantiques simples.

À l'échelle atomique, en vertu du principe d'exclusion de Pauli, deux électrons ne peuvent occuper le même espace. En première approximation, les électrons d'un solide occupent chacun un volume fini assimilable à un cube de côté x . Le fait que ces cubes ne s'interpénètrent pas conduit la matière à résister à la compression. L'évaluation de la résistance qu'oppose un électron à la diminution du volume du cube qu'il occupe permet d'en déduire un ordre de grandeur de E .

On considère un électron de masse m confiné dans un cube de côté x . On note h la constante de Planck.

Données : $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg ; $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J.s.

- 1) Nous restreignons tout d'abord le problème à une dimension : l'électron est confiné dans un puits de potentiel de longueur x tel que l'énergie potentielle est nulle dans le puits et infinie ailleurs. En faisant une analogie avec la corde de Melde, déterminer l'énergie E_m de l'électron dans son état fondamental en fonction de h , m et x .
- 2) On exerce perpendiculairement à une des faces du cube une force \vec{F}_c afin de comprimer dans une direction le cube d'une petite longueur dx . Pour cette transformation élémentaire, le théorème de l'énergie mécanique appliqué à l'électron occupant le cube s'écrit : $E_m(x - dx) - E_m(x) = \delta W(\vec{F}_c)$; avec $\delta W(\vec{F}_c)$ le travail élémentaire de la force \vec{F}_c . On note $F_c = \|\vec{F}_c\|$. Déterminer l'expression de F_c en fonction de h , m et x .
- 3) En déduire l'expression de la pression P correspondant à cette force F_c exercée perpendiculairement à une face du cube de côté x . L'ordre de grandeur de x est de quelques dixièmes de nanomètres. Déterminer numériquement P pour $x = 0,20$ nm.

À l'échelle macroscopique, P correspond également à la pression qu'il faut exercer sur une des faces d'un solide pour le comprimer légèrement dans une direction. On identifiera donc P au module élastique E introduit précédemment.

1.2 Raideur k

Le levier flexible est schématisé ci-dessous (figure 2). On note L sa longueur, b sa largeur et e son épaisseur. La raideur k du levier dépend a priori de chacun de ces paramètres et est proportionnelle à E ; k peut donc s'écrire : $k = a E L^\alpha b^\beta e^\gamma$, avec α , β et γ à déterminer et a une constante sans dimension, considérée comme proche de 1.

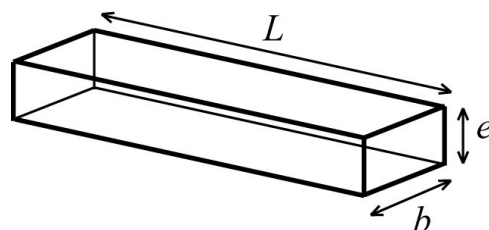


Figure 2 : levier flexible de l'AFM

Si une force \vec{F} de norme F est exercée à l'extrémité du levier, il se déforme et on note $z(x)$ sa déflexion (figure 3). On suppose la déformation faible. Alors, la raideur k du levier flexible est telle que : $F = k z(L)$.

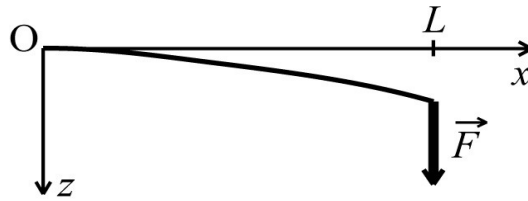


Figure 3 : profil de la déflexion du levier flexible

- 4) Sachant que si la largeur du levier est doublée, la force F doit être doublée pour maintenir la même déflexion, que vaut β ?
- 5) Nous cherchons à présent à déterminer α . En première approximation, on peut considérer que le profil de la poutre déformée est parabolique. La déflexion s'écrit alors $z(x) = C x^2$, avec C un paramètre positif proportionnel au moment de la force \vec{F} par rapport à O. Si la longueur L du levier est doublée, la force F étant maintenue constante, par quel facteur est multipliée la déflexion à l'extrémité du levier ? En déduire la valeur de α .
- 6) Déterminer par analyse dimensionnelle la valeur de γ .
- 7) Déterminer numériquement k pour les dimensions usuelles suivantes des leviers flexibles utilisés dans les AFM : $L = 200 \mu\text{m}$; $b = 20 \mu\text{m}$; $e = 3,0 \mu\text{m}$. On prendra pour E la valeur numérique déterminée à la question 3).

2. Fonctionnement de l'AFM en mode 'tapping'

En mode 'tapping', le levier flexible de l'AFM est mis en vibration verticalement à une pulsation ω fixée. On note D la distance entre l'extrémité fixe du levier et la surface à étudier et $z(t)$ la distance entre la pointe et la surface (figure 4).

L'ensemble levier-pointe peut être modélisé par un point matériel M de masse m fixé à l'extrémité d'un ressort de longueur à vide nulle et de raideur k (étudiée précédemment). L'amortissement est représenté par une force de frottement visqueux $\vec{f} = -\alpha \dot{z} \vec{e}_z$ où α est une constante positive et \vec{e}_z le vecteur unitaire normal à la surface à étudier. Les vibrations forcées du levier flexible correspondent à une force d'excitation verticale sinusoïdale qui s'exerce sur M : $\vec{F}_{\text{ext}}(t) = F_0 \cos(\omega t) \vec{e}_z$. La force de pesanteur est négligée devant les autres forces. La position de la masse au cours du temps est repérée par $z(t)$, l'origine étant prise sur la surface à étudier (figure 4).

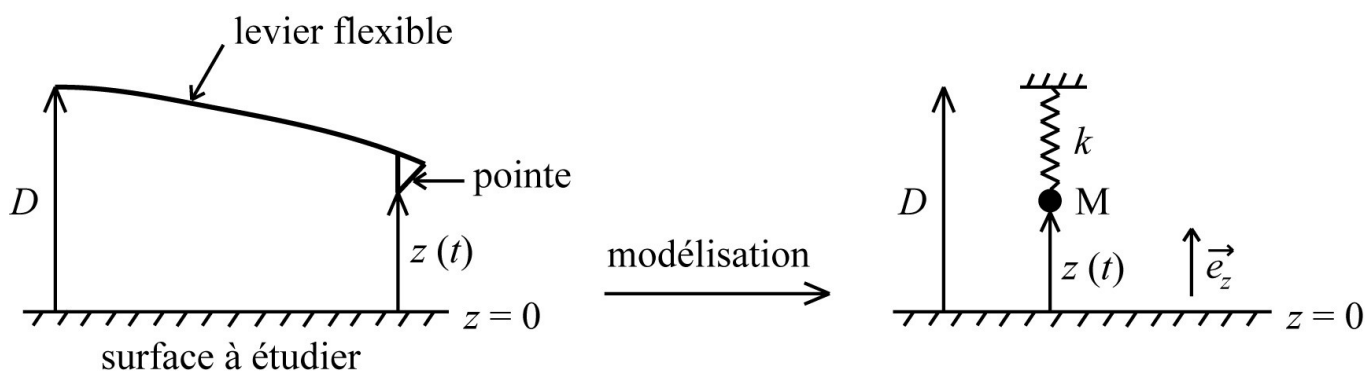


Figure 4 : modélisation du système levier-pointe

2.1 Mouvement de la pointe loin de la surface

On suppose dans un premier temps que la distance D est suffisamment grande pour négliger les interactions entre la pointe et la surface.

- 8) Montrer que l'équation différentielle vérifiée par $z(t)$ se met sous la forme $\ddot{z} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{z} + \omega_0^2(z-D) = \omega_0^2 \frac{F_0}{k} \cos(\omega t)$, avec ω_0 la pulsation propre et Q le facteur de qualité, dont on déterminera les expressions.

NOM

Prénom

Lycée

9) En régime sinusoïdal permanent, la solution est donnée par $z(t) = D + A \cos(\omega t + \varphi)$. Déterminer l'expression de l'amplitude A en fonction de ω , ω_0 , Q , F_0 et k .

10) À quelle condition sur Q y-a-t-il résonance ? Déterminer alors la pulsation de résonance ω_r et tracer l'allure de $A(\omega)$.

11) Les valeurs typiques de Q sont de quelques centaines. Donner alors une approximation simple pour ω_r et $A(\omega_r)$. Commenter.

12) Déterminer numériquement la pulsation propre ω_0 pour $m = 5,00 \cdot 10^{-10}$ kg et $k = 20,0$ N.m⁻¹.

2.2 Mouvement de la pointe près de la surface

On réduit maintenant la distance D . La surface et la pointe sont alors en interaction. On note $\vec{F} = F(z) \vec{e}_z$ la force exercée par la surface sur la pointe, attractive à « grande » distance puis répulsive à très courte distance (inférieure à 0,1 nm). La pointe ne va alors plus osciller autour de D , mais autour d'une nouvelle position d'équilibre notée z_0 .

13) De quelle équation la position d'équilibre z_0 est-elle solution ?

14) En effectuant un développement limité au premier ordre de $F(z)$ autour de z_0 , montrer que l'équation différentielle vérifiée par $z(t)$ se met sous la forme : $\ddot{z} + \frac{\omega'_0}{Q'} \dot{z} + \omega_0'^2 (z - z_0) = \frac{F_0}{m} \cos(\omega t)$ où l'on donnera les nouvelles expressions :

- de la pulsation propre ω'_0 en fonction de ω_0 , k et $\left(\frac{dF}{dz}\right)_{z_0}$
- du facteur de qualité Q' en fonction de Q , k et $\left(\frac{dF}{dz}\right)_{z_0}$

15) La distance D est de l'ordre de quelques dizaines de nanomètres. À cette distance la force est attractive et le devient de plus en plus lorsque la pointe se rapproche de la surface. La pulsation ω'_0 est-elle alors inférieure ou supérieure à ω_0 ? On justifiera la réponse.

16) On fixe la pulsation d'oscillations du levier flexible à $\omega = 202 \cdot 10^3 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$, et le facteur de qualité est toujours de l'ordre de plusieurs centaines. Décrire l'évolution de l'amplitude des oscillations de la pointe lorsqu'on approche progressivement le levier flexible de la surface.



**Problème 2 (CPGE)
IPHO 2015**

Problème n°2 : Vol en jetlev

Un jetlev est un dispositif fixé au dos d'un pilote lui permettant de s'élever au-dessus d'un lac. Une poussée suffisante est permise grâce à l'expulsion d'eau à grande vitesse par deux tuyères orientées vers le bas et alimentées grâce à un tuyau flexible d'une dizaine de mètres de long. Afin de limiter le poids de l'engin, la pompe et le carburant sont disposés dans un bateau auxiliaire.



Image issue du site www.jetlev-flyer.com

Pour répondre aux questions qui suivent, il vous appartiendra de modéliser la situation physique et de la mettre en équation. Il est attendu que :

- vous représentiez par un (ou plusieurs) schéma(s) la situation physique étudiée
- vous choisissiez les notations que vous utilisez en attribuant un nom à chacune des grandeurs physiques que vous serez amené à introduire
- vous précisiez les lois physiques que vous appliquez
- vous précisiez, en le justifiant, les différentes hypothèses ou approximations que vous utilisez
- vous proposiez des ordres de grandeur réalistes des données physiques manquantes
- les éventuels calculs soient menés sous forme littérale, avec pour objectif final d'obtenir une valeur numérique

Question n°1 : Effectuer une analyse qualitative des phénomènes physiques permettant d'expliquer le vol stationnaire de l'utilisateur d'un jetlev.

Question n°2 : Quelle puissance doit fournir la pompe permettant au pilote de rester à une hauteur de quelques mètres au dessus de la surface de l'eau ? On pourra s'aider d'un bilan de quantité de mouvement et d'énergie entre deux instants successifs.



Sciences à l'École



FIN de l'épreuve